

数学 I ・ A (60 分/100 点)

I (1) 太郎さんと花子さんが話している。

花子：この間行ったハンドボール投げを，先生が VTR に撮り，数学的に分析してくださったね。

太郎：ボールの軌道は二人とも放物線で，投げた地点を原

点 O，O からの水平距離を x m，水平面からの高さを y m とし，投げたときのボールの高さを無視すると，僕（太郎）の投げたボールの軌道は放物線

$$y = \frac{1}{35}x(30-x)$$

だったよ。

花子：太郎さんの記録は，水平距離が $\boxed{\text{アイ}}$ m，ボールの最高点の高さ h は $\frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ m だったんだね。

私（花子）のボールの軌道は $y = \frac{1}{40}x(t-x)$ で表され，ボールの最高点の高さ h は 4m だったけれど， t の値は忘れてしまった。

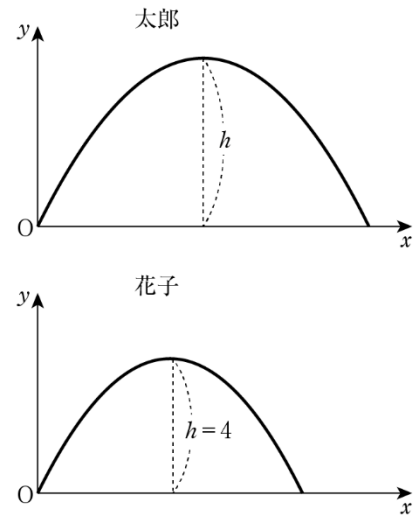
太郎：計算で求められるから大丈夫。 $t = \boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キク}}}$ となるよ。

花子：それでは，私は，水平距離 $\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キク}}}$ m 投げたことになるね。

太郎：軌道が放物線 $y = \frac{1}{30}x(30-x)$ で表されるとき，ボールが到達する最高の高さ h は

$$h = \boxed{\text{ケ}}.\boxed{\text{コ}}$$

m となるよ。



さらに、二人が話している。

太郎：いつも通り，放物線 $y = \frac{1}{35}x(30-x)$ の軌道で

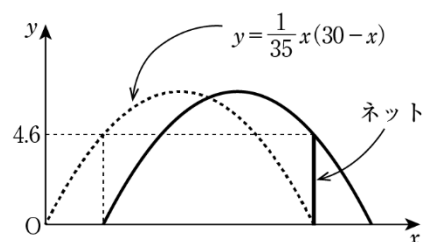
ボールを投げていたら，ちょうどボールが
着地する地点に高さ 4.6m のネットが置いてあって，ネットを越せなかった。

花子：それじゃ，投げる地点を，O から少し前に
すればいいよね。

太郎：でも，どれくらい前に出ればいいのか。

花子： $y = 4.6$ になる x の値を求めればいいよ。

太郎：わかった。O から **サ** m よりも前に出て投げれば，ネットを越せるね。



二人の会話は続く。

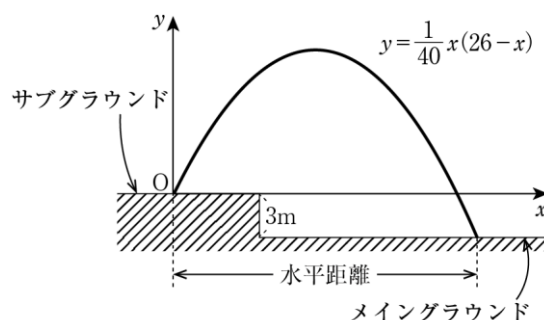
花子：いつも使っているメイングラウンドの横
に，地面が 3m 高いサブグラウンドがある
よね。ボールの軌道を放物線

$y = \frac{1}{40}x(26-x)$ に変えて，サブグラウンド

からメイングラウンドに向かって投げると，
ボールの到達する水平距離は何 m に
なるのかな。

太郎： $y =$ **シス** $$ となる x の値を求めればいいね。

花子：計算すると，水平到達距離は **セソ** m になるよ。



〔2〕 $x = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$, $y = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ のとき、次の問いに答えよ。

ナ には、下の解答群から当てはまるものを一つ選べ。

(1) x, y の分母を有理化すると、 $x = \sqrt{\text{タ}} - \sqrt{\text{チ}}$, $y = \sqrt{\text{タ}} + \sqrt{\text{チ}}$ となる。

(2) $x+y = \text{ツ}\sqrt{\text{テ}}$, $xy = \text{ト}$ である。

(3) $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ を $x+y, xy$ で表すと、ナ となるから、 $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \text{ニヌ}$ と求められる。

〔ナの解答群〕

⑩ $\frac{1}{xy}$

① $\frac{x+y}{xy}$

② $\frac{(x+y)^2}{xy}$

③ $\frac{(x+y)^2 + xy}{xy}$

④ $\frac{(x+y)^2 + 2xy}{xy}$

⑤ $\frac{(x+y)^2 + 4xy}{xy}$

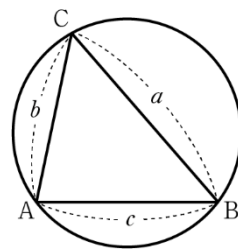
⑥ $\frac{(x+y)^2 - xy}{xy}$

⑦ $\frac{(x+y)^2 - 2xy}{xy}$

⑧ $\frac{(x+y)^2 - 4xy}{xy}$

Ⅱ [1] 右の図のような、鋭角三角形 ABC とその外接円を考える。

$AB=c$, $BC=a$, $CA=b$, $\angle BAC=A$, $\angle ABC=B$,
 $\angle BCA=C$ とすると, $a^2+b^2=16$, $ab=7$ であった。



(1) 辺 AB が $\triangle ABC$ の外接円の直径のとき, $c=\boxed{\text{ア}}$ である。

(2) $\triangle ABC$ の面積が $\frac{7\sqrt{3}}{4}$ のとき, $C=\boxed{\text{イウ}}^\circ$ である。

このとき, $\boxed{\text{エ}}$ より, $c=\boxed{\text{オ}}$ となる。

また, $\boxed{\text{カ}}$ より, $\triangle ABC$ の外接円の半径は $\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ となる。

$\boxed{\text{エ}}$, $\boxed{\text{カ}}$ には, 下の解答群から当てはまるものをそれぞれ一つずつ選べ。

[エ, カの解答群] (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | |
|----------|----------|
| ① 円周角の定理 | ① 三平方の定理 |
| ② 正弦定理 | ③ 余弦定理 |

(3) $a^2+b^2=16$, $ab=7$ より, $a+b=\sqrt{\boxed{\text{クケ}}}$ となる。

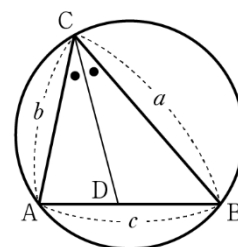
$\triangle ABC$ の面積が $\frac{7\sqrt{3}}{4}$, $C=\boxed{\text{イウ}}^\circ$ のとき,

$\angle ACB$ の二等分線と辺 AB との交点を D とする。

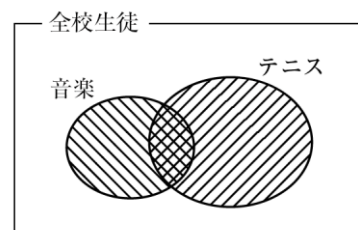
$\triangle ABC = \triangle ACD + \triangle BCD$ に着目し, $CD=x$ とおくと,

$$\frac{7\sqrt{3}}{4} = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}(a+b)x \text{ となるから, } CD=x = \frac{\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{スセ}}}}{\boxed{\text{スセ}}}$$

である。



- 〔2〕 優真さんの通う高校の生徒総数は 769 人で、そのうち音楽部に所属する生徒は 63 人、テニス部に所属する生徒は 81 人、音楽部とテニス部の両方に所属する生徒は 38 人であった。音楽部、テニス部に所属する生徒の集合をそれぞれ A, B とする。また、集合 X について、要素の個数を $n(X)$ 、補集合を $\overline{X}$ で表す。



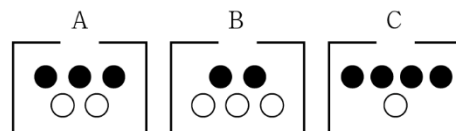
ソ, ツ, ニ, ハ には、下の解答群から当てはまるものをそれぞれ一つずつ選べ。

- (1) ソ であることから、音楽部に所属するがテニス部には所属していない生徒は **タチ** 人いる。
- (2) ツ であることから、音楽部とテニス部の少なくともどちらか一方に所属する生徒は **テトナ** 人いる。
- (3) ニ であることから、音楽部にもテニス部にも所属していない生徒は **ヌネノ** 人いる。
- (4) ハ であることから、音楽部に所属していないか、またはテニス部に所属していない生徒は **ヒフヘ** 人いる。

〔ソ, ツ, ニ, ハの解答群〕 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | |
|---|--|
| ① $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ | ① $n(A \cup B) = n(A) + n(B) + n(A \cap B)$ |
| ② $n(A \cap \overline{B}) = n(A) - n(B)$ | ③ $n(A \cap \overline{B}) = n(A) - n(A \cap B)$ |
| ④ $n(\overline{A} \cap \overline{B}) = n(\overline{A}) + n(\overline{B})$ | ⑤ $n(\overline{A} \cap \overline{B}) = n(\overline{A \cup B})$ |
| ⑥ $n(\overline{A \cup B}) = n(\overline{A \cap B})$ | ⑦ $n(\overline{A \cup B}) = n(\overline{A \cup B})$ |

Ⅲ 箱 A には黒玉 3 個，白玉 2 個，箱 B には黒玉 2 個，
白玉 3 個，箱 C には黒玉 4 個，白玉 1 個が入っている。



さいころを 1 回投げ，1，2，3 の目が出たら箱 A から，4，5 の目が出たら箱 B から，6 の目が出たら箱 C から，それぞれ玉を 2 個取り出すことにする。

ただし，さいころは，1 から 6 のどの目が出ることも同様に確からしいとする。

(1) 取り出した玉が黒玉 1 個，白玉 1 個である確率は $\frac{\text{アイ}}{\text{ウエ}}$ である。

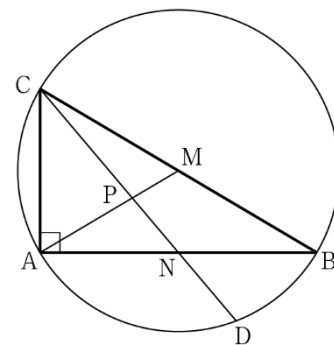
(2) 取り出した玉が黒玉 2 個である確率は $\frac{\text{オカ}}{\text{キク}}$ である。

(3) 少なくとも 1 個は白玉である確率は $\frac{\text{ケコ}}{\text{サシ}}$ である。

(4) 黒玉が 2 個取り出されたとき，その 2 個の黒玉が箱 C から取り出された条件付き確率を求める
と $\frac{\text{ス}}{\text{セソ}}$ である。

Ⅳ 右の図のような、 $AB=8$ 、 $BC=10$ 、 $CA=6$ の直角三角形 ABC

がある。辺 BC の中点を M 、辺 AB の中点を N とする。直線 CN と三角形 ABC の外接円の交点のうち、 C でない方の点を D 、線分 AM と CD の交点を P とする。



$\boxed{\text{ア}}$ 、 $\boxed{\text{イ}}$ 、 $\boxed{\text{ク}}$ には、下の解答群から当てはまるものをそれぞれ一つずつ選べ。

(1) 点 M は三角形 ABC の $\boxed{\text{ア}}$ である。

(2) 点 P は三角形 ABC の $\boxed{\text{イ}}$ であるから、 $CP : PN = \boxed{\text{ウ}} : \boxed{\text{エ}}$ となる。

(3) $CN = \boxed{\text{オ}} \sqrt{\boxed{\text{カキ}}}$ である。

(4) $\boxed{\text{ク}}$ より、 $ND = \frac{\boxed{\text{ケ}} \sqrt{\boxed{\text{コサ}}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ であることがわかる。

〔ア、イ、クの解答群〕（同じものを繰り返し選んでもよい。）

- | | | |
|----------|--------|----------|
| ① 内心 | ① 外心 | ② 重心 |
| ③ 余弦定理 | ④ 正弦定理 | ⑤ 方べきの定理 |
| ⑥ 円周角の定理 | | |