数学Ⅰ・A（60分/100点）

Ⅰ〔1〕　太郎さん，花子さん，先生の3人が話している。

$\boxed{ス}$，$\boxed{ソ}$，$\boxed{タ}$，には，後の解答群から当てはまるものをそれぞれ一つずつ選べ。

先生：今日は次の関数の最大・最小問題を考えてみましょう。

〔問題〕関数 $y=-\left(x^2-2x+2\right)^2-4\left(x^2-2x\right)+9$ ……①の最大値およびそのときの x の値を求めよ。

太郎：授業で習ったのは2次関数の最大・最小だから，求められません。

先生：$t=x^2-2x+2$ とおいて，①を t で表すとどうなりますか。

太郎：$y=-t^2-\boxed{ア}\,t+\boxed{イウ}$ となります。t についての2次関数になるから求められるんですね。

花子：でも，t はすべての実数値をとるのかな。

先生：いいところに気が付きましたね。$t=\left(x-\boxed{エ}\right)^2+\boxed{オ}$ だから，$t \geqq \boxed{オ}$ となります。

太郎：$y=-\left(t+\boxed{カ}\right)^2+\boxed{キク}$ と変形できるから，最大値はすぐに求まるね。

花子：でも t には範囲があったから，関数①は $t=\boxed{ケ}$ つまり $x=\boxed{コ}$ のとき，最大値 $\boxed{サシ}$ をとることになるね。

先生：よくできました。それでは，次の問題を考えてみましょう。

〔問題〕関数 $y=-\left(x^2-2x+2\right)^2+2a\left(x^2-2x\right)+9$ ……②の最大値が 14 となるような a の値を求めよ。

太郎：これも $t=x^2-2x+2$ とおいて，②を t で表して右辺を平方完成すればいいよね。

花子：$\boxed{ス}$となったよ。

先生：$t \geqq \boxed{オ}$ だったから，

$a \leqq \boxed{セ}$ のとき　最大値は$\boxed{ソ}$

$a \geqq \boxed{セ}$ のとき　最大値は$\boxed{タ}$

となります。

花子：だから，求める a の値は $a=\boxed{チツ}$，$\boxed{テ}$となるんですね。

〔スの解答群〕

⓪ $y=-\left(t+a\right)^2+a^2+4a+9$　① $y=-\left(t+a\right)^2+a^2-4a+9$

② $y=-\left(t+a\right)^2-a^2+4a+9$　③ $y=-\left(t+a\right)^2-a^2-4a+9$

④ $y=-\left(t-a\right)^2+a^2+4a+9$　⑤ $y=-\left(t-a\right)^2+a^2-4a+9$

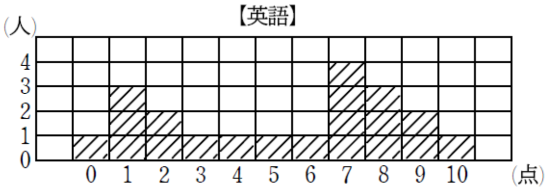
⑥ $y=-\left(t-a\right)^2-a^2+4a+9$　⑦ $y=-\left(t-a\right)^2-a^2-4a+9$

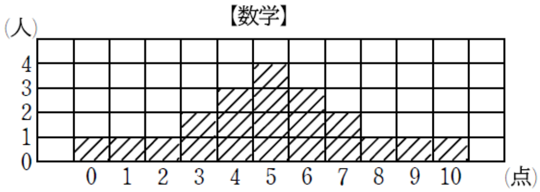
〔ソ，タの解答群〕（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $8+2a$　① $8-2a$　② $10+2a$　③ $10-2a$

④ $-a^2+4a+9$　⑤ $-a^2-4a-9$　⑥ a^2+4a+9　⑦ a^2-4a+9

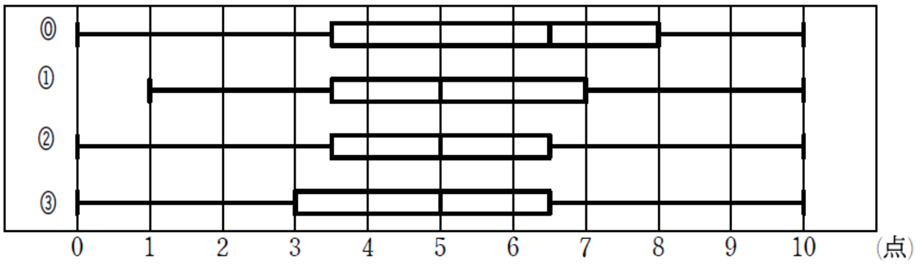
〔2〕 次の図は，20 人の生徒に 10 点満点の英語と数学のテストを行ったときの得点のヒストグラムである。得点は整数値である。





(1) 英語の得点の中央値は **ト**.**ナ** 点である。

(2) 数学の得点の箱ひげ図は **ニ** である。**ニ** に最も適するものを，下の⓪～③のうちから一つ選べ。

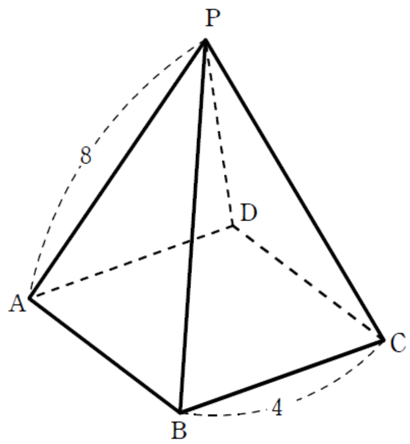


(3) このヒストグラムから，正しいと判断できるものを，⓪～⑥のうちから 2 つ選べ。

ヌ，**ネ**（順序は問わない。）

⓪ 英語も数学も最頻値は同じである。
① 英語の第 1 四分位数は数学の第 1 四分位数より大きい。
② 英語と数学の四分位範囲は等しい。
③ 英語の標準偏差は数学の標準偏差より大きい。
④ 英語の得点が高い生徒は数学の得点も高い。
⑤ 英語も数学も 4 点以下の生徒人数の割合は 0.4 である。
⑥ 英語の方が数学より得点の範囲が大きい。

$\boxed{\text{II}}$ 〔1〕　右の図のような，底面の 1 辺の長さが 4 の正方形 ABCD で，PA=PB＝PC=PD=8 である四角錐 P－ABCD がある。



(1)　頂点 P から底面に垂線 PH を下すと，$\text{PH}=\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イウ}}$ である。

(2)　△PAC において，$\boxed{エ}$より

$$\cos\angle\text{APC}=\frac{\boxed{オ}}{4}$$

であり，これから

$$\sin\angle\text{APC}=\frac{\sqrt{\boxed{カ}}}{4}$$

と求まる。
よって，△PAC の面積は

$$\triangle\text{PAC}=\boxed{キ}\sqrt{\boxed{ク}}$$

となる。

$\boxed{エ}$には，下の解答群から当てはまるものを一つ選べ。

〔エの解答群〕

⓪　円周角の定理	①　三平方の定理	②　正弦定理
③　余弦定理	④　チェバの定理	⑤　メネラウスの定理

(3)　四角錐 P−ABCD の外接球の半径は，△PAC の外接円の半径に等しいから，$\boxed{\text{ケ}}$ より

$$\frac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サシ}}}}{7}$$

となる。

$\boxed{\text{ケ}}$ には，下の解答群から当てはまるものを一つ選べ。

〔ケの解答群〕

⓪　円周角の定理　　①　三平方の定理　　②　正弦定理

③　余弦定理　　④　チェバの定理　　⑤　メネラウスの定理

〔２〕ある店でレトルトカレーを販売している。

下の表は，直近３か月の１日あたりの平均気温とレトルトカレーの販売個数の最大値，最小値，平均値，分散，標準偏差についてまとめたものである。

	最大値	最小値	平均値	分散	標準偏差
平均気温（℃）	35		29	2.25	1.5
販売個数（個）	64	42	53	16	

平均気温のデータについて，データの範囲が 12℃であったとき，平均気温の最小値は $\boxed{\textbf{スセ}}$℃である。また，販売個数の標準偏差は $\boxed{\textbf{ソ}}$ 個である。さらに，平均気温と販売個数の共分散が 3.3 であったとき，相関係数は 0.$\boxed{\textbf{タチ}}$ であり，$\boxed{\textbf{ツ}}$ といえる。

$\boxed{\text{ツ}}$ には，下の解答群から当てはまるものを一つ選べ。

〔ツの解答群〕

⓪　平均気温と販売個数には正の強い相関関係がある

①　平均気温と販売個数には正の弱い相関関係がある

②　平均気温と販売個数には負の強い相関関係がある

③　平均気温と販売個数には負の弱い相関関係がある

この店では，レトルトの親子丼も販売することにし，20 人に試食してもらったところ，14 人が親子丼の方が美味しい，6 人がカレーの方が美味しいと答えた。この結果から，親子丼の方が美味しいと判断してもよいか。基準となる確率を 0.05 として，仮説検定の考え方を用いて考察する。ただし，表裏どちらが出るか同様に確からしい硬貨を 20 枚投げて，表の出た枚数を記録する実験を 200 セット行ったところ，下の表のようになった。この結果を用いて考えよ。

表の枚数	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	計
度数	1	1	2	7	15	26	28	36	34	22	16	6	4	1	0	1	200

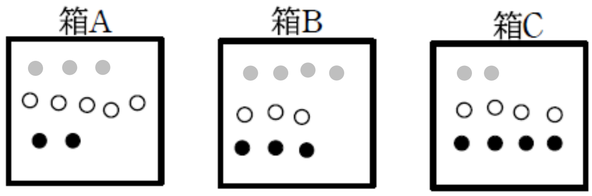
親子丼の方がカレーより美味しいという仮説H_1を立てる。
仮説H_1が正しいかを判断するために，H_1に反する $\boxed{\text{テ}}$ という仮説H_0を立てる。
仮説 H_0 のもとで，14 人以上が「親子丼の方が美味しい」と回答する確率は表より，0.$\boxed{\text{トナ}}$程度と考えられる。
基準となる確率は 0.05 であるから，仮説検定の考え方を用いて考察した結果は $\boxed{\text{ニ}}$ となる。

$\boxed{\text{テ}}$，$\boxed{\text{ニ}}$ には，下の解答群から当てはまるものをそれぞれ一つずつ選べ。

〔テの解答群〕
⓪ カレーの方が親子丼より美味しい
① 親子丼の方がカレーより美味しいとはいえず，「親子丼の方が美味しい」と回答する確率は $\frac{1}{2}$ である

〔ニの解答群〕
⓪ カレーの方が親子丼より美味しいと判断してよい
① 親子丼の方がカレーより美味しいと判断してよい
② 親子丼の方がカレーより美味しいとは判断できない

III　箱Ａには赤玉３個，白玉５個，黒玉２個，
箱Ｂには赤玉４個，白玉３個，黒玉３個，
箱Ｃには赤玉２個，白玉４個，黒玉４個
入っている。



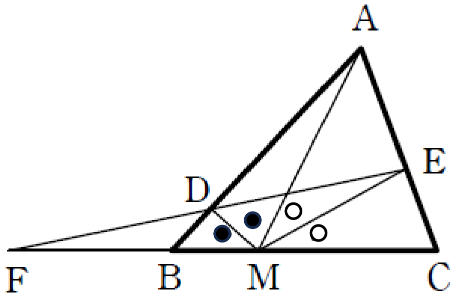
サイコロを投げ，１，２，３の目が出たら，箱Ａから，４，５の目が出たら箱Ｂから，６の目が出たら箱Ｃから玉を１個取り出す。

ただし，サイコロのどの目がでることも同様に確からしいとする。

(1)　箱Ａから黒玉を取り出す確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イウ}}$ である。

(2)　黒玉が取り出される確率は $\dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オカ}}$ である。

$\boxed{\text{IV}}$　右の図の△ABC において，点 M は辺 BC を 1：2 に内分する点であり，AM＝20，BC＝30 である。∠AMB の二等分線と辺 AB との交点を D，∠AMC の二等分線と辺 AC との交点を E とする。また，直線 BC と DE の交点を F とする。



$\boxed{\text{オ}}$には，下の解答群から当てはまるものを一つ選べ。

(1)　直線 DM は∠AMB の二等分線であるから，

AD：BD＝$\boxed{\text{ア}}$：$\boxed{\text{イ}}$

直線 EM は∠AMC の二等分線であるから，

AE：CE＝$\boxed{\text{ウ}}$：$\boxed{\text{エ}}$

となる。

(2)　$\boxed{\text{オ}}$より

CF：FB＝$\boxed{\text{カ}}$：$\boxed{\text{キ}}$

となり，BF＝$\boxed{\text{クケ}}$である。

〔オの解答群〕

⓪　チェバの定理　①　メネラウスの定理　②　中線定理　③　三平方の定理