

数学 I ・ A (60 分/100 点)

I (1) 先生と太郎さん、花子さんは次の問題について話している。

エ には、下の解答群から当てはまるものを一つ選べ。

〔問題 1〕 方程式 $|x-1|^2 - 5|x-1| + 6 = 0$ を解け。

太郎： x の値の範囲で場合分けし、絶対値記号をはずして考えてもいいけれど、大変そうだね。

花子： $t = |x-1|$ とおくと、簡単に t の値が求まるよ。

先生： t の値はいくらになりましたか。

太郎： $t =$ **ア** , **イ** になりました。 (**ア** < **イ**)

花子： そこから解が求められ、方程式の解は **ウ** 個あることがわかるね。

先生： それでは、次の問題を考えてみてください。

〔問題 2〕 方程式 $|x-1|^2 - 2|x-1| - 15 = 0$ を解け。

花子： これも $t = |x-1|$ とおくと、 t の値が求まるよ。でも、〔問題 1〕 と少し違うね。

太郎： t のとる値の範囲を考えると、 **エ** だから $t =$ **オ** となるね。

花子： だったら、解は $x = -$ **カ** , **キ** になります。

先生： よくできましたね。

〔エの解答群〕

- ① $t > 0$ ② $t \geq 0$ ③ $t < 0$ ④ $t \leq 0$

〔2〕 次の文章の ☐ ク , ☐ ケ , ☐ コ に当てはまるものを, 下の解答群からそれぞれ一つずつ選べ。

命題「整数 a, b, c について, $a^2 + b^2 = c^2$ ならば a, b, c の少なくとも 1 つは偶数である」
の対偶は「☐ ク」である。

命題とその対偶の真偽は ☐ ケ から, 元の命題は ☐ コ 。

〔クの解答群〕

- ④ 整数 a, b, c について, $a^2 + b^2 \neq c^2$ ならば a, b, c はすべて奇数である
- ① 整数 a, b, c について, $a^2 + b^2 \neq c^2$ ならば a, b, c の少なくとも 1 つは奇数である
- ② 整数 a, b, c について, a, b, c がすべて奇数ならば $a^2 + b^2 = c^2$ である
- ③ 整数 a, b, c について, a, b, c がすべて奇数ならば $a^2 + b^2 \neq c^2$ である

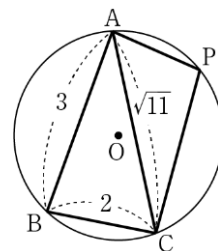
〔ケの解答群〕

- ④ 一致する ① 逆になる ② 一致すると逆になるともいえない

〔コの解答群〕

- ④ 真である ① 偽である ② 真でも偽でもない

- Ⅱ (1) 右の図のように、 $AB=3$, $BC=2$, $CA=\sqrt{11}$ である $\triangle ABC$ が円 O に内接している。円 O の点 B を含まない弧 AC 上に点 P をとる。ただし、点 P は 2 点 A , C とは一致しない。



$\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{サ}}$ には、下の解答群から当てはまるものをそれぞれ一つずつ選べ。

(1) $\boxed{\text{ア}}$ より, $\cos \angle ABC = \frac{\boxed{\text{イ}}}{6}$ である。

(2) $AP=1$ のときを考える。

$\cos \angle APC = \cos(180^\circ - \angle ABC) = \frac{\boxed{\text{ウエ}}}{6}$ であるから, $CP = \boxed{\text{オ}}$ となる。

また, $0^\circ < \angle ABC < 180^\circ$ であるから, $\sin \angle ABC = \frac{\sqrt{\boxed{\text{カキ}}}}{6}$ より,

$\triangle ACP$ の面積は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{クケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$ となる。

(3) $\triangle ACP$ の面積が最大になるときの点 P を考える。

辺 AC を底辺とみて、高さが最大になるときを考えると、 $\triangle ACP$ の面積が最大になるのは、点 P が $\boxed{\text{サ}}$ を満たすときである。

このとき、 AP の長さは $\frac{\sqrt{\boxed{\text{シスセ}}}}{7}$ である。

〔アの解答群〕

- ① 円周角の定理 ② 三平方の定理 ③ 正弦定理 ④ 余弦定理

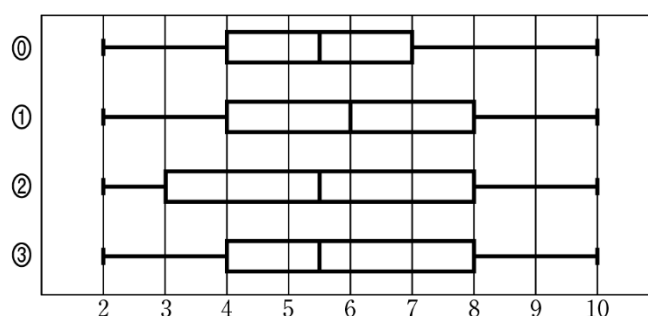
〔サの解答群〕

- ① $PA=PC$ ② $\angle APC=90^\circ$ ③ $\angle APC=120^\circ$ ④ $\angle APC=\angle ABC$

〔2〕 2つの変量の組 (x, y) があり、変量 x の10個のデータを小さい順に左から並べると
 $x : 2, 3, 4, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$
 である。

また、変量 y の平均値 $\bar{y} = 5.10$ 、分散 $s_y^2 = 2.09$ 、標準偏差 $s_y = 1.45$ 、変量 x と変量 y の共分散
 $s_{xy} = -3.18$ であることがわかっている。

- (1) 変量 x の中央値は ソ、タ、第1四分位数は チ、第3四分位数は ツ である。
- (2) 変量 x の平均値 $\bar{x}$ が テ、トナ であることから、分散 $s_x^2 = 6.36$ 、標準偏差 $s_x = 2.52$ となる。
- (3) 変量 x のデータの箱ひげ図は 二 である。二 に最も適するものを、下の①～③のうちから一つ
 選べ。

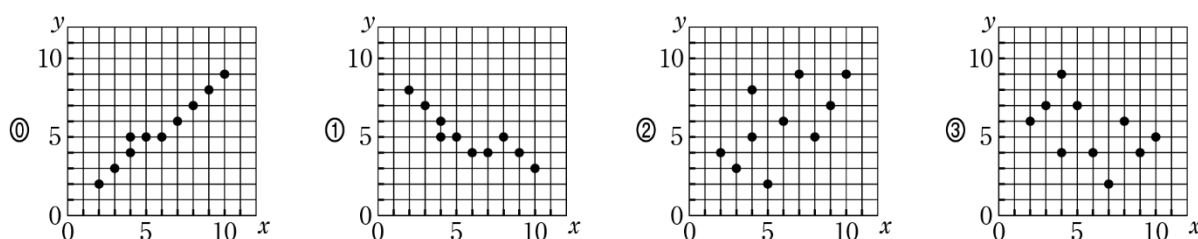


- (4) 変量 x と y の相関係数 r は公式 ヌ によって、 $r = -0.87$ と求められるから、変量 x と y の散布図
 は ネ となる。ヌ、ネ には、下の解答群から当てはまるものをそれぞれ一つずつ選べ。

〔ヌの解答群〕

① $r = \frac{s_{xy}}{xy}$ ② $r = \frac{s_x s_y}{s_{xy}}$ ③ $r = \frac{s_{xy}^2}{s_x s_y}$ ④ $r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$

〔ネの解答群〕



Ⅲ A と B の 2 人が試合を行う。どの試合でも、A が B に勝つ確率は $\frac{2}{3}$ ，B が A に勝つ確率は $\frac{1}{3}$ で、引き分けはないものとし、先に 3 勝した方を優勝とする。

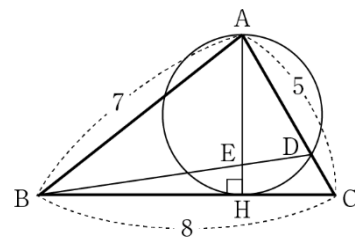
(1) A が最も少ない試合数で優勝する確率は $\frac{\text{ア}}{\text{イウ}}$ である。

(2) 4 試合目で優勝者が決定する確率は $\frac{\text{エオ}}{\text{カキ}}$ である。

(3) A が優勝する確率は $\frac{\text{クケ}}{\text{コサ}}$ である。

Ⅳ 右の図のように、 $AB=7$ 、 $BC=8$ 、 $CA=5$ である $\triangle ABC$

がある。頂点 A から辺 BC に垂線 AH を下ろし、線分 AH を直径とする円をかく。この円と辺 AC の A でない方の交点を D 、線分 AH と BD の交点を E とする。



ア, ス, タ には、下の解答群から当てはまるもの

をそれぞれ一つずつ選べ。

(1) $CH=x$ とおく。 $\triangle ABH$ において、 ア を用いて AH^2 を x で表すと

$$AH^2 = -x^2 + \text{イウ}x - \text{エオ} \quad \cdots (i)$$

$\triangle ACH$ において、 ア を用いて AH^2 を x で表すと

$$AH^2 = -x^2 + \text{カキ} \quad \cdots (ii)$$

(i), (ii) より、 $CH = \frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$ となる。

(2) $\triangle ABC$ の面積は コサ $\sqrt{\text{シ}}$ である。

(3) ス を用いて CD を求めると、 $CD = \frac{\text{セ}}{\text{ソ}}$ である。

(4) $\triangle BCD$ と線分 AH について、 タ を用いると、 $BE : DE = \text{チツ} : \text{テト}$ である。

[ア, ス, タの解答群] (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | | | |
|------------------|------------|----------|----------|
| ① チェバの定理 | ① メネラウスの定理 | ② 中線定理 | ③ 三平方の定理 |
| ④ 円の接線と弦のつくる角の定理 | | ⑤ 円周角の定理 | |
| ⑥ 方べきの定理 | ⑦ 余弦定理 | | |