数学Ⅰ・A（60 分/100 点）

Ⅰ 〔1〕 太郎さんと花子さんは放物線の方程式について話している。

$\boxed{\text{オ}}$には，下の解答群から当てはまるものを一つ選べ。

太郎：放物線の方程式を求めるには，いろいろな求め方があるんだね。
花子：問題の条件によって，的確な解法を用いると計算量や解答時間が減るよ。
太郎：次の問題を考えてみようよ。

〔問題 1〕 3 点 $\mathrm{A}(-1\,,\,-1)$， $\mathrm{B}(1\,,\,7)$， $\mathrm{C}(2\,,\,5)$ を通る放物線の方程式を求めよ。

花子：放物線の方程式を $y=ax^2+bx+c$ とおいて，3 点 A，B，C の座標を代入して連立方程式を解くと， $a=\boxed{\text{アイ}}$， $b=\boxed{\text{ウ}}$， $c=\boxed{\text{エ}}$ と求まるね。
太郎：それでは，次の問題を考えてみようか。

〔問題 2〕 3 点 $\mathrm{A}(-12\,,\,0)$， $\mathrm{B}(10\,,\,0)$， $\mathrm{C}(15\,,\,90)$ を通る放物線の方程式を求めよ。

花子：〔問題 1〕のように， $y=ax^2+bx+c$ とおいて，3 点 A，B，C の座標を代入して連立方程式を解いてもいいが，計算が大変そうだね。
太郎：2 点 A，B の y 座標が 0 だから，この放物線の方程式は$\boxed{\text{オ}}$と表されるよ。

花子：その式に点 $\mathrm{C}(15\,,\,90)$ を通ることを用いると，簡単に求められるね。放物線の方程式は

$$y=\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}x^2+\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}x-\boxed{\text{コサ}}$$ となるよ。

〔オの解答群〕

⓪ $y=(x-12)(x+10)$　　① $y=(x+12)(x-10)$

② $y=a(x-12)(x+10)$　　③ $y=a(x+12)(x-10)$

④ $y=a(x-12)(x+10)+90$　　⑤ $y=a(x+12)(x-10)+90$

〔問題 3〕 3 点 $A(-1, 6)$, $B(5, 6)$, $C(0, -9)$ を通る放物線の方程式を求めよ。

太郎：2 点 A，B の y 座標が等しいから，〔問題 2〕のような解法は使えないかな？
花子：でも， 2 点 A，B の y 座標は 0 ではないよね。
太郎：だったら，次のようにして解けばいいよ。

【太郎の解法】

2 点 A，B の y 座標が 6 だから，この放物線の方程式は $y=a\left(x+\boxed{シ}\right)\left(x-\boxed{ス}\right)+\boxed{セ}$ と表される。

点 $C(0, -9)$ を通るから， $a=\boxed{ソ}$ となり，求める放物線の方程式は $y=\boxed{ソ}x^2-\boxed{タチ}x-\boxed{ツ}$ である。

花子：この放物線の軸は，2 点 A，B の y 座標が等しいから，線分 AB の中点を通り， y 軸に平行な直線になるよね。私はこのことを使って解いてみるね。

【花子の解法】

線分 AB の中点の x 座標は $\boxed{テ}$ だから，この放物線の方程式は $y=a\left(x-\boxed{テ}\right)^2+k$ と表される。

2 点 $A(-1, 6)$, $C(0, -9)$ を通るから， $a=\boxed{ト}$， $k=\boxed{ナニヌ}$ となり，求める放物線の方程式は $y=\boxed{ソ}x^2-\boxed{タチ}x-\boxed{ツ}$ である。

〔2〕 次の文章の $\boxed{ネ}$ ～ $\boxed{ヒ}$ に当てはまるものを，下の解答群からそれぞれ一つずつ選べ。

「$x>3$ または $x \leqq -1$」は「$x \geqq 4$」であるための $\boxed{ネ}$。

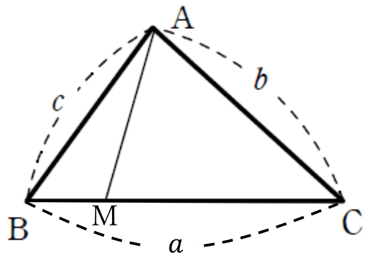
また，「$x>3$ または $x \leqq -1$」の否定は「$x\boxed{ノ}3\ \boxed{ハ}\ x\boxed{ヒ}-1$」となる。

〔ネ～ヒの解答群〕(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ 必要条件であるが十分条件ではない　① 十分条件であるが必要条件ではない
② 必要十分条件である　③ 必要条件でも十分条件でもない
④ ＜　⑤ ＞　⑥ ≦　⑦ ≧　⑧ かつ　⑨ または

II　右の図のような△ABC があり，等式

$$\frac{7}{\sin A}=\frac{5}{\sin B}=\frac{4}{\sin C}$$ が成り立っている。



$\boxed{エ}$，$\boxed{キ}$には，下の解答群から当てはまるものをそれぞれ一つずつ選べ。

(1)　AB＝c，BC=a，CA=b とおくと

$$a:b:c=\boxed{ア}:\boxed{イ}:\boxed{ウ}$$

となるから，$\boxed{エ}$より

$$\cos B=\frac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$$

と求められる。

(2)　BC＝14 のとき，△ABC の外接円の半径 R は$\boxed{キ}$より

$$R=\frac{\boxed{クケ}\sqrt{\boxed{コ}}}{\boxed{サシ}}$$

であり，△ABC の面積を S とすると

$$S=\boxed{スセ}\sqrt{\boxed{ソ}}$$

となることから，△ABC の内接円の半径を r とすると

$$r=\sqrt{\boxed{タ}}$$

であることがわかる。
また，辺 BC を 1 ： 3 に内分する点を M とすると

$$\mathrm{AM}=\frac{\sqrt{\boxed{チツテ}}}{\boxed{ト}}$$

となる。

〔エ，キの解答群〕

⓪　中線定理　　①　三平方の定理　　②　正弦定理
③　余弦定理　　④　チェバの定理　　⑤　メネラウスの定理

$\boxed{\text{III}}$ 〔1〕 P 食堂の人気メニューはとんかつ定食で，過去の実績から客がとんかつ定食を注文する確率は $\dfrac{1}{2}$ である。開店直後の 10 人の客について，注文したメニューを調べた。

(1) 10 人のうち 5 人がとんかつ定食を注文する確率は $\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエオ}}}$ である。

(2) 10 人のうち 2 番目と 7 番目の人がとんかつ定食を注文し，合計 5 人の人がとんかつ定食を注文する確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キクケ}}}$ である。

(3) 10 人のうち 5 人がとんかつ定食を注文したとき，最初の 3 人がとんかつ定食を注文している条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。

〔2〕 P食堂では，新メニューのA定食を作り，20人に試食してもらったところ，15人がA定食の方が美味しい，5人がとんかつ定食の方が美味しいと答えた。この結果から，A定食の方が美味しいと判断してもよいか。基準となる確率を0.05として，仮説検定の考え方を用いて考察する。

ただし，表裏どちらが出るか同様に確からしい硬貨を20枚投げて，表の出た枚数を記録する実験を200セット行ったところ，下の表のようになった。この結果を用いて考えよ。

表の枚数	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	計
度数	1	2	2	7	14	26	28	36	33	23	15	7	4	1	0	1	200

ス，セ，チ，ツには，下の解答群から当てはまるものをそれぞれ一つずつ選べ。

仮説H_1：ス を立てる。

仮説H_1が正しいか判断するために，H_1に反する仮説H_0：セ を立てる。

仮説H_0のもとで，15人以上が「A定食の方が美味しい」と回答する確率は表より，0.ソタ 程度と考えられる。

これは基準となる確率0.05より チ から，仮説検定の考え方を用いて考察した結果は ツ となる。

〔ス，セの解答群〕(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ とんかつ定食の方がA定食より美味しい

① A定食の方がとんかつ定食より美味しい

② A定食の方がとんかつ定食より美味しいとはいえず，「A定食の方が美味しい」と回答する確率は$\frac{1}{2}$である

〔チの解答群〕

⓪ 大きい　① 小さい　② 等しい

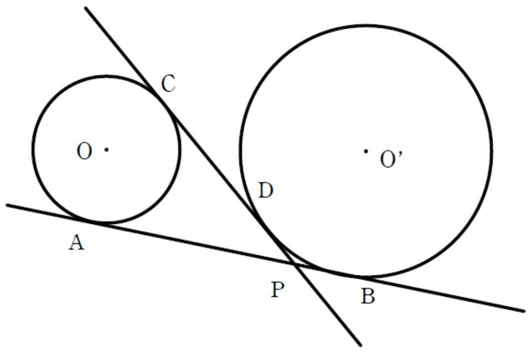
〔ツの解答群〕

⓪ とんかつ定食の方がA定食より美味しいと判断してよい

① A定食の方がとんかつ定食より美味しいと判断してよい

② A定食の方がとんかつ定食より美味しいとは判断できない

Ⅳ　右の図のように，2 つの円 O，O’があり，直線 AB は円 O，O′　にそれぞれ点 A，B で，直線 CD はそれぞれ点 C，D で接している。直線 AB と直線 CD の交点を P とする。円 O，O’の半径をそれぞれ r , r' （$r<r'$），$OO'=8$，AB＝6，CD＝ 4 とする。
このとき，r , r'，AP の長さを以下のようにして求める。



ただし，$\boxed{ア}$，$\boxed{ケ}$には，下の解答群から当てはまるものをそれぞれ一つずつ選べ。

点 O から O’B に垂線 OH を下すと，△OO’H において，$\boxed{ア}$より

$$(r'-r)^2=\boxed{イウ}\quad\cdots\cdots①$$

点 O’から OC の C の方の延長線に垂線 O’H’を下すと，△OO’H’において，$\boxed{ア}$より

$$(r'+r)^2=\boxed{エオ}\quad\cdots\cdots②$$

①，②から

$$r=\boxed{カ}\sqrt{\boxed{キ}}-\sqrt{\boxed{ク}},\quad r'=\boxed{カ}\sqrt{\boxed{キ}}+\sqrt{\boxed{ク}}$$

次に，$AP=x$ とおくと，$\boxed{ケ}$より

$$BP=\boxed{コ}-x$$

$$DP=x-\boxed{サ}$$

BP＝DP であるから

$$AP=\boxed{シ}$$

と求められる。

〔アの解答群〕

⓪　円周角の定理　①　三平方の定理　②　中線定理　③　方べきの定理
④　正弦定理　⑤　余弦定理　⑥　チェバの定理　⑦　メネラウスの定理

〔ケの解答群〕

⓪　方べきの定理　①　接弦定理　②　円周角の定理
③　接線の長さは等しいこと　④　接点における接線と半径は垂直であること